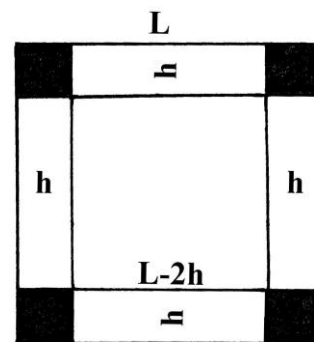


Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului  
 Inspectoratul Școlar Județean Constanța  
 Olimpiada de Științe pentru Juniori  
 Ediția a VII-a, Constanța - 15-19 iulie 2012  
 Proba Practică Fizica

## REZOLVARE ȘI BAREM DE EVALUARE

### A. Pentru desen.....1 punct

Trasăm pe coala de carton patru linii paralele cu laturile pătratului, situate la distanța  $h$  față de margini (v. figura). Puțin mai jos vom arăta cum se determină această distanță  $h$ . Tăiem cu forfecuța câte una din laturile pătratelor  $h \times h$  ce se formează la colțuri și pliăm în sus cele patru dreptunghiuri laterale de forma  $(L-h) \times h$ . Bărcuța va avea forma unui paralelipiped dreptunghic. Baza sa va fi un pătrat cu latura  $L-2h$ . Înălțimea paralelipipedului/bărcuței este  $h$ . Lipim bine cele patru colțuri  $h \times h$  (carton petrecut peste tăietură) și turnăm la fiecare colț (de contact apă-carton) câteva picături de UHU-stick.



*Bărcuța ar putea fi construită și fără să se facă apel la forfecuță, adică fără să se taie câte una din laturile pătratelor  $h \times h$  de la colțuri. Iată cum ! Se pliază aceste pătrate de-a lungul diagonalelor „radiale” iar cele două triunghiuri dreptunghice obținute (cu ipotenuza comună) se lipesc între ele și se aduc spre interiorul bărcuței. Pentru a nu deranja, aceste „apendice” se pot lipi în același sens-pe fețele laterale interioare ale bărcuței.....3 + 3 = 6 puncte*

Volumul total din interiorul bărcuței este  $V(h) = h(L-2h)^2 = 4h^3 - 4Lh^2 + L^2h$ . Pentru a îndeplini cerința din enunț acest volum trebuie să fie maxim posibil (forța arhimedica va fi astfel maxim posibilă). Comparând funcțiile  $V(h)$  și  $f(x)$  putem face identificările:  $A = 4$ ,  $B = -4L$ ,  $C = L^2$ ,  $D = 0$ .....3 puncte

Conform indicației matematice din enunț formăm ecuația de gradul doi  $g(h) = 12h^2 - 8Lh + L^2 = 0$ . Soluțiile acestei ecuații sunt  $h_1 = L/2$  (soluție ne-fizică, cu  $V(h_1) = 0$ ) și, respectiv,  $h_2 = L/6$ . Volumul maxim din interiorul bărcuței va fi  $V(h_2 = L/6) = 2L^3/27 \equiv V_{\max}$ .....4 puncte

Folosind legea lui Arhimede și considerând situația limită, când încărcătura bărcuței (monedele) nu scufundă încă ambarcațiunea, putem scrie

$$(m_{\text{barca}} + m_{\text{monede}})g = m_{\text{apa deplasată}}g = \rho_{\text{apa}} V_{\max} g \text{.....4 puncte}$$

Cu  $m_{\text{barca}} = \sigma L^2$ ,  $m_{\text{monede}} = Nm_0$  și  $V_{\max} = 2L^3/27$ , rezultă  $N = \left( \frac{L^2}{m_0} \right) \left[ \frac{2L}{27} \rho_{\text{apa}} - \sigma \right], (*)$ .....4 puncte

Cu datele din enunțul problemei (referitoare la carton și la apă), obținem imediat  $N = (1/m_0)(678,944)$ , în care  $m_0$  se exprimă în grame. Cu  $m_0 = 2,78g$ , obținem  $N \approx 244$  monede.....2+1=3puncte

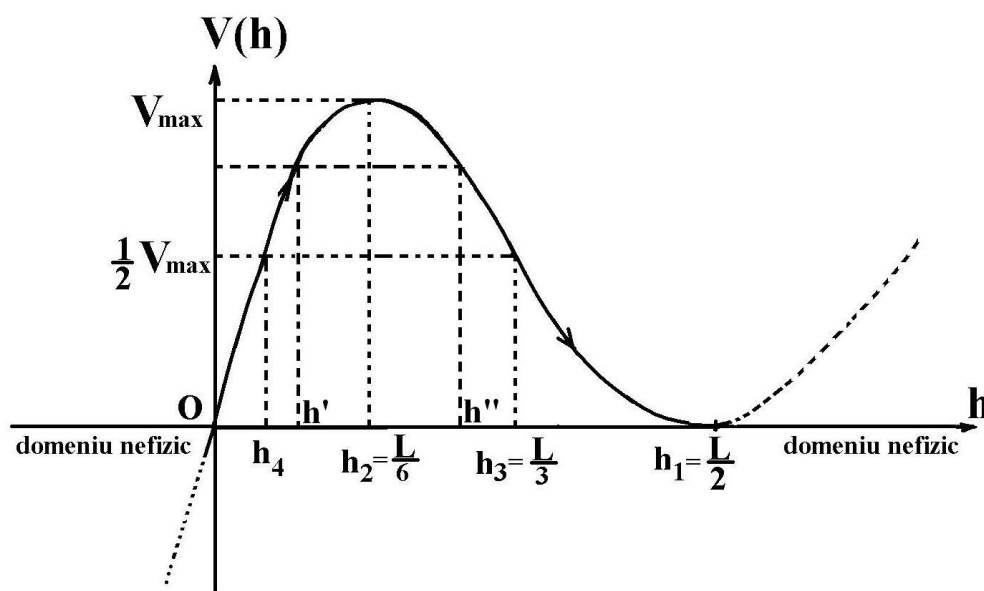
### B. Problema.

- B.1). Pentru  $h = L/3$ , volumul din interiorul bărcuței este egal cu jumătate din cel maxim astfel că, înjumătățindu-se forța arhimedică, numărul de monede transportabile este egal cu jumătate din cel calculat la punctul A. Pentru monedele de 5 bani acest număr limită ar fi de 122 monede. .... **3 puncte**
- B.2.). Când  $\sigma = 270g/m^2$ , din formula (\*) rezultă  $N = 242$  ..... **2puncte**

**TOTAL GENERAL.....30 puncte**

**C. COMPLETARE (care nu face parte din baremul de evaluare și notare)**

Constatăm ușor că  $V(0) = 0$  și că  $V(h_1 = L/2) = 0$ . Domeniile  $h \in (-\infty, 0) \cup (L/2, +\infty)$  sunt nefizice. Graficul funcției  $V(h)$  este arătat în figură.



În afara maximului  $V_{\max} = 2L^3/27$ , de la  $h_2 = L/6$ , unde se anulează prima derivată, adică  $V'(h) = 12h^2 - 8Lh + L^2$ , mai există un punct caracteristic, cel în care se anulează a doua derivată, anume  $V''(h) = 24h - 8L = 8(3h - L)$ . Obținem  $h_3 = +L/3$ . Acesta este un punct de inflexiune, situat între  $h_2 = L/6$  și  $h_1 = L/2$ . Corespunzător acestei valori a distanței  $h(=h_3)$  avem volumul  $V(h_3) = 0,5V_{\max} = L^3/27$ . Se mai poate remarca faptul că, între origine ( $h=0$ ) și locul maximului ( $h_2 = L/6$ ), există o a doua valoare (notată cu  $h_4$  pe grafic), în care, ca și în  $h(=h_3)$ , avem  $V(h_4) = 0,5V_{\max} = L^3/27$ . La  $h_3$  și  $h_4$ , numărul maxim de monede (de un ban) transportabile este de 122 bucăți.

În intervalul  $0 < h < L/2$  există diverse perechi de valori  $(h', h'')$  ale înălțimii pentru care  $V(h') = V(h'') < V_{\max}$ .

Soluție și barem propuse de:  
Prof. univ. dr. Uliu Florea  
Departamentul de Fizică  
Universitatea din Craiova